微分流形补充主题

De Rham 理论与紧支集的 de Rham 上同调群

报告人：卢贤衍

选择性回忆(我们已经知道)，15min 以内

1、同调代数(代数拓扑)中的基本事实：链复形、正合列、奇异同调

2、具体到微分流形中的应用：(恰当&闭)微分形式、什么是紧支集的 de Rham 上同调群(是一个群但其实是向量空间)？什么是 Betti 数、Euler 示性数？

核心内容

1、具体计算 de Rham 上同调群：例如 S^1(平环面)。Wedge product、拉回操作如何作用在上同调类(商掉以后)上？

2、*(估计 1h)* de Rham 上同调的同伦不变性：介绍；介绍 de Rham 定理(理论)不证明；为什么蕴含 Poincare 引理以及(星形)邻域上闭形式一定恰当；证明同伦不变性(如果可以，与同调代数中的技术比较，这其实是函子的直接推论)。

3、上链同伦的存在性证明(如果可以，与代数拓扑中的链同伦(一般理论)比较，这其实是特殊形式)。

选讲(大概率是没时间讲了，要准备也可以，介绍一下)

Mayer-Vietoris 序列(MV 序列)

流方法& Sard 定理与 Brown 理论

报告人：李婧

回忆(我们已经知道)，30min 以内

1、微分流形中的基本概念：向量场、(局部)单参数变换群；这两个谁诱导谁，哪个诱导弱一点？

2、微分流形中的基本概念：回忆积分曲线；推广：什么是分布？(完全)可积的定义，什么是(极大)积分流形、叶状结构；Frobenius 定理的一系列等价叙述。

核心内容

1、定义：什么是流、局部流？

2、流方法在具体操作上：什么是李导数，它与 Poisson 括号有什么关系？注意李导数不是协变导数。

3、流方法在 Morse 理论中的应用

定理 1. *Let M be a compact manifold and f a smooth real-valued function on M. For any $a \in \mathbb{R}$, denote*

$$M^a = f^{-1}((-\infty, a)).$$

Suppose $a < b$ and each $c \in [a, b]$ is a regular value of f. Then there is a diffeomorphism $\varphi : M \to M$ so that $\varphi(M^a) = M^b$.

核心内容

1、什么是正则点(值)、临界点(值)

2、Sard 定理讲了什么？有哪些推论

3、Sard 定理的证明

李群初步

报告人：沈添奕、车倪逸

回忆(我们有些已经知道)，1h 以内

1、微分流形中的基本概念：李群与经典李群的例子：线性群、S^1、一些矩阵群(诱导的李代数可以适当补充)等等

2、李群中的基本概念：什么是左右平移作用(群作用)和它的切映射(微分)；细节上注意李群逆运算的光滑性；李群切丛的拓扑

3、什么是李代数(快速回忆)

新内容(有些同学应该已经知道，欢迎补充)

李群与李代数：

1、什么是李群的李代数，抽象李代数举例

2、三个等价的刻画：李群的左(右)不变向量场(做成一个李代数)，原点处切空间，单参数子群全体；左不变向量场举例

3、(选讲或简介)李群同态与李代数同态的诱导关系，举例

4、(选讲)结构方程；在微分几何中的应用

5、伴随表示

6、李群的单参数子群、指数映射、李氏变换群

(学期内讲不到，暑期第一次)向量丛与主丛简介

报告人：钱振烨

回忆(有些同学已经知道)，1h 以内

微分流形中的基本概念：向量丛、一般的张量丛；向量丛是光滑流形(它的构造：局部平凡化)、可平行化流形；向量丛截面构造向量场

新内容(希望为黎曼几何做一点铺垫)

1、 向量丛：什么是向量丛上的联络？曲率形式？规范群？
2、 主丛：什么是主丛上的联络？曲率形式？规范群？